

Aus Knotenregel:

$$I = I_1 + I_2 \quad (1)$$

Aus Maschenregel:

$$U_{Q1} = I_1 R_1 + I R_3 \quad (2)$$

$$U_{Q1} - U_{Q2} = I_2 R_2 + I R_3 \quad (3)$$

$$-U_{Q2} = I_2 R_2 - I R_1 \quad (4)$$

3 Unbekannte, 4 Gleichungen

Auflösung: (1) in (2) einsetzen:

$$U_{Q1} = I_1 R_1 + (I_1 + I_2) R_3 \quad (5)$$

(1) in (3) einsetzen

$$U_{Q1} - U_{Q2} = I_2 R_2 + (I_1 + I_2) R_3 \quad (6)$$

(5) und (6) bilden ein Gleichungssystem mit 2 Unbekannten (I_1, I_2 sind gesucht, $U_{Q1}, U_{Q2}, R_1, R_2, R_3$ gegeben) Gleichung (5) nach I_1 auflösen.

$$U_{Q1} = I_1 R_1 + I_1 R_3 + I_2 R_3$$

$$U_{Q1} - I_2 R_3 = I_1 (R_1 + R_3)$$

$$(U_{Q1} - I_2 R_3) / (R_1 + R_3) = I_1 \quad (7)$$

Einsetzen in (6), auflösen nach I_2 :

$$U_{Q1} - U_{Q2} = I_2 R_2 + I_2 R_3 + R_3 * \overbrace{(U_{Q1} - I_2 R_3) / (R_1 + R_3)}^{I_1}$$

$$(U_{Q1} - U_{Q2}) (R_1 + R_3) = I_2 (R_2 + R_3) (R_1 + R_3) + U_{Q1} R_3 - I_2 (R_3)^2$$

$$(U_{Q1} - U_{Q2}) (R_1 + R_3) - U_{Q1} R_3 = I_2 [(R_2 + R_3) (R_1 + R_3) - (R_3)^2]$$

$$I_2 = [U_{Q1} R_1 - U_{Q2} (R_1 + R_3)] / [R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3] \quad (8)$$

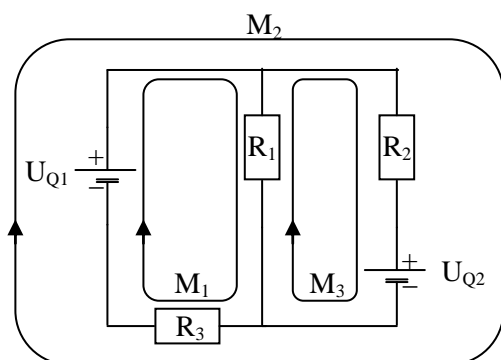
I_2 kann berechnet werden, danach mit (6) oder (7) I_1 ausrechnen mit (1) I berechnen.

Zahlenbeispiel: $U_{Q1} = 12V, U_{Q2} = 5V, R_1 = 4\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega$

Mit (8) ergibt sich $I_2 = 0,5A$

$$I_1 = (U_{Q1} - I_2 R_3) / (R_1 + R_3) = 1,5A$$

$$I = I_1 + I_2 = 2A$$



Tests:

$$M_1 = U_{Q1} = I_1 R_1 + I R_3 \quad (2)$$

$$12V = 1,5A * 4\Omega + 2A * 3\Omega$$

$$= 6V + 6V$$

$$M_2 = U_{Q1} - U_{Q2} = I_2 R_2 + I R_3 \quad (3)$$

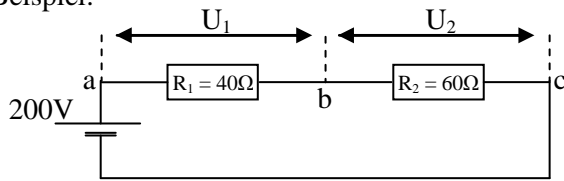
$$12V - 5V = 0,5A * 2\Omega + 2A * 3\Omega$$

$$M_3 = -U_{Q2} = I_2 R_2 - I_1 R_1$$

$$-5V = 0,5A * 2\Omega - 1,5A * 4\Omega$$

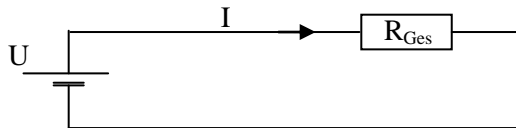
Der Spannungsteiler: Teilspannungen bei seriell geschalteten Widerständen

Beispiel:



Teilspannungen sind ohmsche Spannungsabfälle.

$$R_{Ges} = R_1 + R_2 = 100\Omega$$



$$I = U / R_{Ges} = \frac{200V}{100\Omega} = 2A$$

$$U_1 = R_1 * I = 40\Omega * 2A = 80V$$

$$U_2 = R_2 * I = 60\Omega * 2A = 120V$$

Wir beobachten:

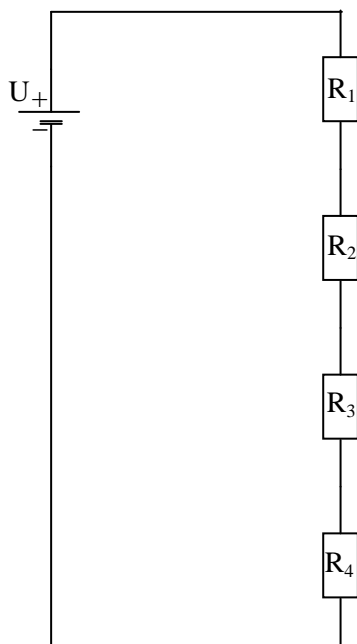
$$U = U_1 + U_2 = 80V + 120V = 200V \text{ (Spannung wurde geteilt)}$$

$$U_1 / U_2 = R_1 / R_2 = \frac{2}{3} \quad \left(\frac{40}{60} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3} \right)$$

Allgemein:

- Die Summe der Teilspannungen ist gleich der Gesamtspannung
- Die Teilspannungen stehen im gleichen Verhältnis wie die dortigen Widerstände
- Das Verhältnis $\frac{U}{R}$ (gleich I) hat auf jedem Teilabschnitt den gleichen Wert

Gilt für beliebig viele seriell geschaltete Widerstände!



$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \quad (1)$$

$$U_1 / U_2 = R_1 / R_2, \quad U_1 / U_3 = R_1 / R_3, \\ (U_3 + U_4) / (U_1 + U_2) = (R_3 + R_4) / (R_1 + R_2), \text{ usw.} \quad (2)$$

$$U_1 / R_1 = U_2 / R_2 = U_3 / R_3 = U_4 / R_4 = U_{Ges} / R_{Ges} = I \quad (3)$$

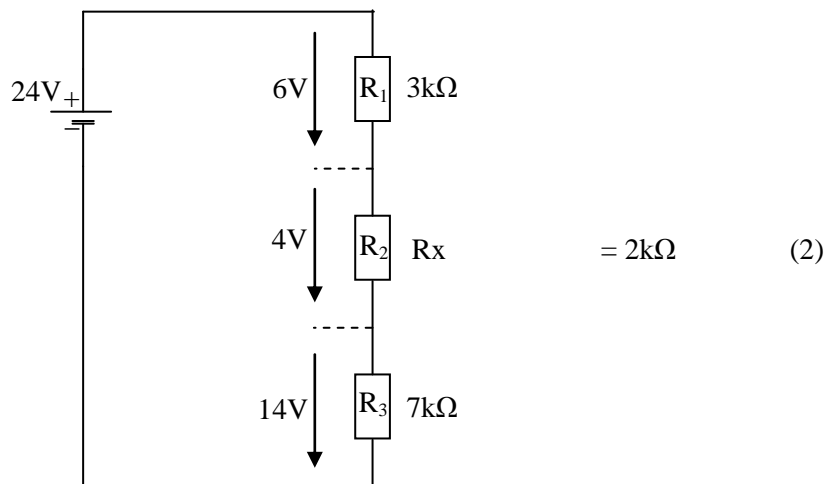
Beweisidee für die 3 Regeln:

$$\text{Maschenregel} \quad (1)$$

$$U_1 / U_2 = (I * R_1) / (I * R_2) \quad (2)$$

$$U_1 / R_1 = I, \quad U_2 / R_2 = I, \quad U_{Ges} / R_{Ges} = I \quad (3)$$

Beispiel:



Wie groß ist R_x ?

Anwendungsbeispiel: Resistiver Touchscreen