

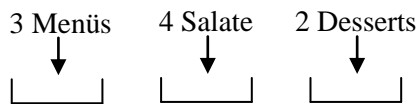
Kombinatorik – Permutation und Variationen

Beispiel: Ein System-Administrator stellt sich die Frage, wie viele Passwörter es gibt, wenn er die folgenden Bedingungen festlegt:

- Ein Passwort muss genau 8 Zeichen lang sein
- Kein Zeichen darf mehrfach vorkommen
- Als Zeichen sind die 26 Kleinbuchstaben und die 10 Ziffern [0..9] erlaubt.

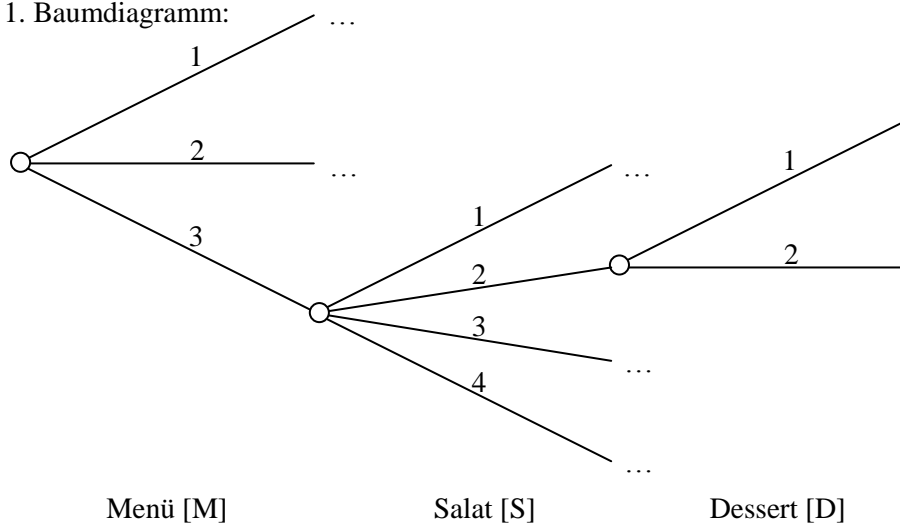
→ Antwort später

Beispiel: Mensa – Zur Auswahl stehen



Belegungsmöglichkeiten:  $3 * 4 * 2 = 24$

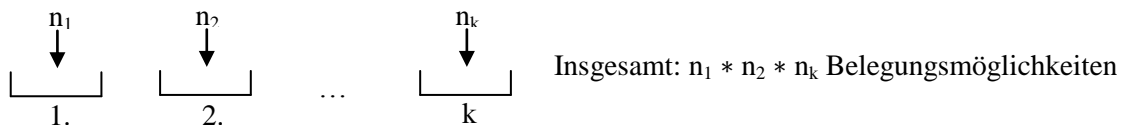
1. Baumdiagramm:



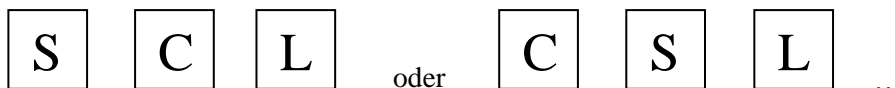
2. Mengen  $M, S, D$  mit  $|M| = 3, |S| = 4, |D| = 2$

Anzahl aller 3-Tupel:  $|M \times S \times D| = |M| * |S| * |D| = 24$

Plätze  $1, \dots, k$  Möglichkeiten bei Platz  $i$



Problem: 3 Poster



Anzahl Reihenfolgen

= Anzahl 3-Tupel (S, C, L), ...

= Anzahl 3-stelliger Permutationen

=  $p(3)$

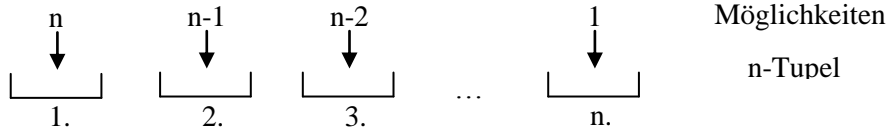
Frage:  $p(3) = ?, p(2) = n$

Beispiel: (a, b, c), (a, c, b), (b, a, c), (b, c, a), (c, a, b), (c, b, a)

$p(3) = 6$

Satz:  $p(n) = n! = 1 * 2 * 3 * \dots * n$

Beweis:



Beispiel: 3 Poster  $\rightarrow 3! = 1 * 2 * 3 = 6$  Permutationen

Beispiel: 5 Programme  $\rightarrow$  Reihenfolge der Ausführungen:  $p(5) = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120$

Problem: Verlosung 3 Preise, 60 Personen.

- 3 aus 60 auswählen
- **mit** Beachtung der Reihenfolge
- **ohne** Wiederholung

$\rightarrow$  **Variation** 3. Ordnung von 60 Elementen ohne Wiederholung

Frage: Wie viele Ziehungsergebnisse?

Anzahl =  $v(60, 3) = ?$

$v(n, k) = ? (k \leq n)$

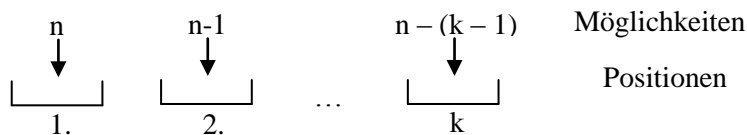
Anmerkung: 60 Preise  $v(60, 60) = p(60) = 60!$

Beispiel: Variationen 2. Ordnung, ohne Wiederholung

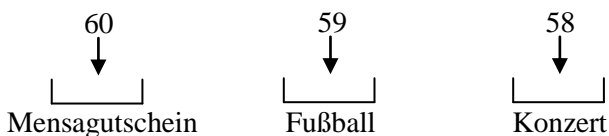
Reihenfolge egal	{a, b}	{a, b, c}	{a, b, c, d}
	(a, b), (b, a)	(a, b), (a, c), (b, a), (b, c), (c, a), (c, b)	(a, b), (a, c), (a, d), (b, a), (b, c), (b, d), (c, a), (c, b), (c, d), (d, a), (d, b), (d, c)
Nicht egal	$v(2, 2) = 2$	$v(3, 2) = 6$	$v(4, 2) = 12$

Satz:  $v(n, k) = \underbrace{n * (n - 1) * \dots * (n - (k - 1))}_{k \text{ Faktoren}} = \frac{n!}{(n-k)!} = \binom{n}{k} * k! \rightarrow \frac{n!}{(n-k)! * k!}$

Beweis:



Beispiel:



$v(60, 3) = 60 * 59 * 58 = 205320$

Beispiel: Passwörter (s. o.)

$$\begin{aligned} V(36, 8) &= 36 * 35 * 34 * 33 * 32 * 31 * 30 * \underbrace{29}_{\rightarrow 36 - (8 - 1) = 36 - 7 = 29} \\ &= \frac{36!}{(36-8)!} = \frac{36!}{28!} \approx 1,22 * 10^{12} \end{aligned}$$

Abschätzung:  $30 * 30 = 900 \approx 10^3$ ,  $(10^3)^4 = 10^{12}$