

** | | * | ... | * | * |
 1 2 3 32 33 34

Zeichenkette aus 38 Symbolen



Verteilung der * : $\binom{38}{5}$ Möglichkeiten

Verteilung der | : $\binom{38}{33}$ Möglichkeiten

Satz: $c^*(n, k) = \binom{n+k-1}{n-1} = \binom{n+k-1}{k}$

Beweis: Mit n-1 „|“ und k „*“

Beispiel: Festplatten

100 Platten aus 3 Typen, mit Wiederholung, ohne Reihenfolge

$$\binom{n+k-1}{k} = \binom{3+100-1}{100} = \binom{102}{100} = \frac{102!}{(102-100)! \cdot 100!} = \frac{101 \cdot 102}{1 \cdot 2} = 5151$$

$$\binom{n+k-1}{n-1} = \binom{3+100-1}{2} = \binom{102}{2} = \frac{102 \cdot 101}{1 \cdot 2} = 51 \cdot 101 = 5151$$

Anmerkung:

- a) Festplatten: $p_1 + p_2 + p_3 = 100$ p_i = Anzahl Platten vom Typ i
- b) Freikarten: $p_1 + p_2 + \dots + p_{34} = 5$ p_i = Anzahl Karten, die Person i bekommt
- c) Allgemein: $c^*(n, k) =$ Anzahl möglicher Summen mit $p_1 + p_2 + \dots + p_n = k$

Zusammenfassung: Aus n Objekten werden k ausgewählt

	Mit Reihenfolge (Variation)	Ohne Reihenfolge (Kombination)
Ohne Wiederholung	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n}{k}$
Mit Wiederholung	n^k	$\binom{n+k-1}{k}$

Eigenschaften von Binomialkoeffizienten

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

$$\binom{n}{0} = \frac{n!}{n!} = 1$$

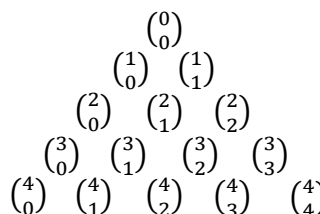
$$\binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{1} = \frac{n!}{(n-1)!} = n$$

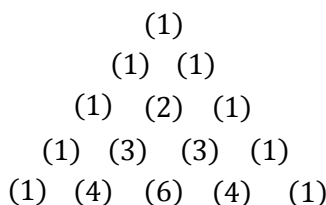
$$\binom{n}{n-1} = n$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$



Pascalsches Dreieck



Binomische Formeln

z.B. $(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n b^0 + \binom{n}{1}a^{n-1}b^1 + \dots + \binom{n}{n}a^0 b^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

=> (Beweis z.B. mit vollständiger Induktion)

Satz: Eine Menge von n Elementen hat 2^n Teilmengen

Beweis: $\binom{n}{k}$ Teilmengen mit k Elementen. (k auf n , ohne Reihenfolge, ohne Wiederholung)

Insgesamt: $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \stackrel{\text{Binomische Formel}}{=} (1 + 1)^n = 2^n$

Relationen (Grundbegriffe, Darstellungen, Mengenoperationen)

Beispiel: In einer Datenbank stehen Listen mit Namen, Adressen, Tel. Nummern usw.

Wie kann man solche Tabellen sowie Operationen mit ihnen konzeptionell beschreiben?

Eine Möglichkeit: Relationen

Definition: Relation auf Menge M : Teilmenge von $M \times M$, $R \subseteq M \times M$

$(x, y) \in R$: „ x steht in Relation zu y “

Beispiel: $M = \{a, b, c, d\}$

$$R_1 = \{(a, c), (b, a), (b, b), (c, a), (c, d)\}$$

$$R_2 = \{(a, a), (c, c)\}$$

Beispiel: $M = \{1, 2, 3\}$ wobei $(x, y) \in R \Leftrightarrow x < y$

$$R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$$

Beispiel: $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ wobei $(x, y) \in R \Leftrightarrow x < y \Rightarrow |R| = \infty$

Beispiel: $M = \{\text{Person}\}$

$R \subseteq M \times M$, $(x, y) \in R \Leftrightarrow$ „ x liebt y “, z.B. $(\text{Rick}, \text{Ilsa}) \in R$