

Problem: Dateieindungen

- 3 aus 26 Buchstaben
- **mit** Reihenfolge (.txt ≠ .ttx)
- **mit** Wiederholung

Variation 3. Ordnung von 26 Elementen, mit Wiederholung

Frage: Anzahl = $v^*(26,3) = ?$, $v^*(n, k) = ?$

Beispiel: Variationen 2. Ordnung, mit Wiederholung

{ a, b }	{ a, b, c }
(a, a), (a, b), (b, a), (b, b)	(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)
$v^*(2, 2) = 4$	$v^*(3, 2) = 9$

Satz: $v^*(n, k) = n^k$

Beweis:



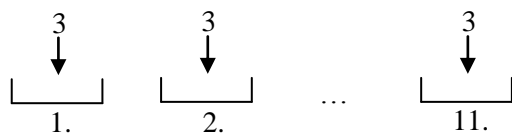
Beispiel: Dateieindungen

$$v^*(26, 3) = 26 * 26 * 26 = 26^3 = 17576$$

Beispiel: Fußballtoto

n = 3 (unentschieden, Heim-, Gastmannschaft) gewinnt

k = 11 Spiele



$$v^*(3, 11) = 3^{11} = 177147 \text{ Tipps (k > n)}$$

Kombinationen und Binomialkoeffizienten

Beispiel: Es werden 100 Rechner zusammgebaut. Dabei können Festplatten (gleichwertig aber unterscheidbar) von drei Lieferanten verwendet werden. Wie viele unterscheidbare Möglichkeiten für die komplette Lieferung gibt es?

Möglichkeit	Lieferant 1	Lieferant 2	Lieferant 3
1.	40	40	20
2.	50	25	25
3.	0	0	100
usw.			

Definition Binomialkoeffizient: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! * k!} = \frac{n * (n-1) * \dots * (n-(k-1))}{1 * 2 * 3 * \dots * k}$

mit $n, k \in \mathbb{N}_0, n \geq k$

↑ kürzen → k-Faktoren

Anmerkung: $0! = 1$

$$n! = 1 * 2 * \dots * n$$

Beispiel: $\binom{5}{2} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{120}{6*2} = 10$
 $= \frac{1*2*3*4*5}{1*2*3*1*2} = \frac{5*4}{1*2} = 10$

$$\binom{10}{3} = \frac{10*9*8}{1*2*3} = 120$$

Problem: Lotto

- 6 aus 49 ziehen
- **ohne** Reihenfolge zu beachten
- **ohne** Wiederholung

→ Kombination 6. Ordnung von 49 Elementen, ohne Wiederholung

(Ist 6-elementige Teilmenge von $\{1, 2, \dots, 49\}$)

Frage: Anzahl verschiedener Ziehungen = $c(49, 6) = ?$

$c(n, k) = ? (k \leq n)$

Ziehung z.B. $\{9, 12, 17, 25, 39, 42\} = \{25, 17, 9, 42, 12, 39\}$

Anzahl Permutationen: $6!$

(Zahlen **mit** Reihenfolge: Variation)

$$\Rightarrow c(49, 6) * 6! = v(49, 6) = \binom{49}{6} * 6!$$

$$\Rightarrow c(49, 6) = \binom{49}{6} = \frac{49*48*47*46*45*44}{1*2*3*4*5*6} = 13983816$$

Satz: $c(n, k) = \binom{n}{k}$

Beweis: $c(n, k) * k! = v(n, k) = \binom{n}{k} * k!$

Problem: 5 Freikarten für 34 Personen

- 5 aus 34 auswählen
- **ohne** Reihenfolge
- **mit** Wiederholung

Kombination 5. Ordnung von 34 Elementen, mit Wiederholung

Frage: Anzahl verschiedener Ziehungen = $c^*(34, 5) = ?$

$c^*(n, k) = ?$ (wegen Wiederholung auch $k > n$ erlaubt)

Körbe:



Freikarten * in Körbe werfen

Schematisch (eindeutige Darstellung!)



Zeichenkette aus 33 „|“ und 5 „*“, d.h. 38 Symbole



Zeichenkette komplett beschrieben, wenn Positionen der „|“ (oder „*“) bekannt ist.

Möglichkeiten für „|“: $\binom{38}{33}$, für „*“: $\binom{38}{5}$

Gilt: $\binom{38}{33} = \binom{38}{5} = 501942$