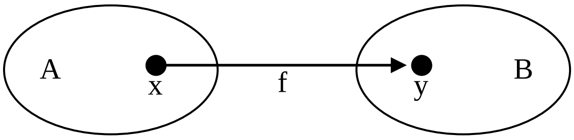
Funktionen (Grundbegriffe)

Beispiel: Datenbank

Name	Nr. Personalausweis
…	…
…	…

Zuordnung zwischen Mengen(Zeichenketten, Zahlen)

A, B Mengen

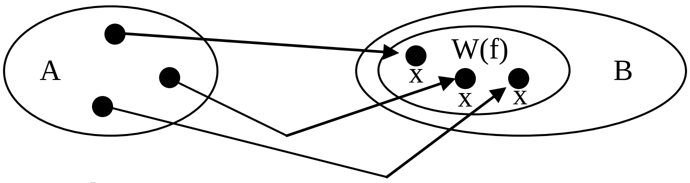


Funktion f von A nach B ordnet jedem $x \in A$ genau ein $y \in B$ zu.
$f: A \to B$
$x \mapsto y$, $y = f(x)$

x: unabhängige Variable
y: abhängige Variable
$A = D(f)$, Definitionsbereich von f
B Zielmenge

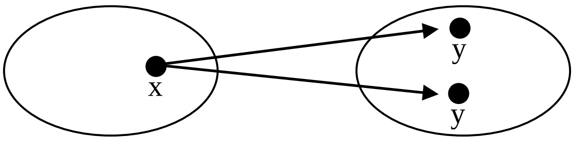
$W(f) = \{y \mid y = f(x), x \in A\} \subseteq B$

Wertebereich von f

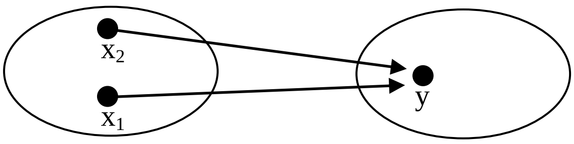


In B \ W(f) endet <u>kein</u> Pfeil

Anmerkung:



Verboten: $x \mapsto y_1$, $x \mapsto y_2$



Erlaubt: $f(x_1) = f(x_2)$

Beispiel:

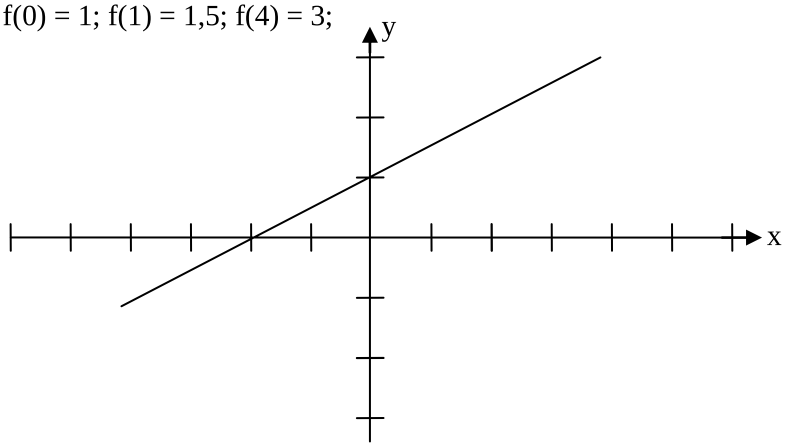
```
int prog(int i, int j){
…
return w;
}
```

$(i, j) \mapsto w$ geordnetes Paar

$w = prog(i, j)$

Beispiel: $\mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, $x \mapsto 0{,}5x + 1$

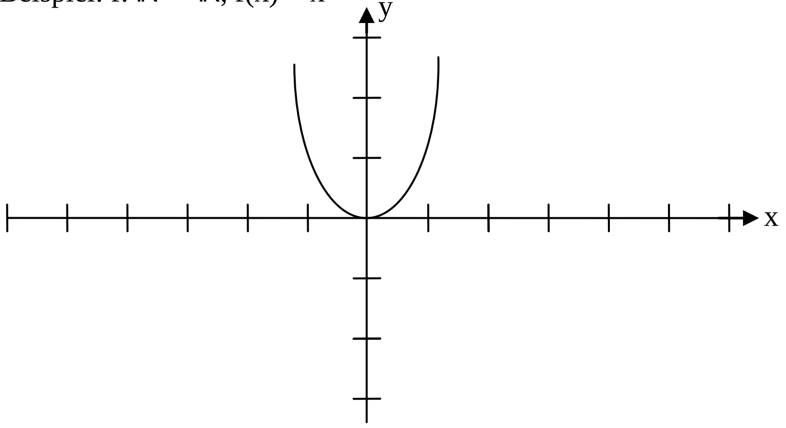
$f(0) = 1$; $f(1) = 1{,}5$; $f(4) = 3$;



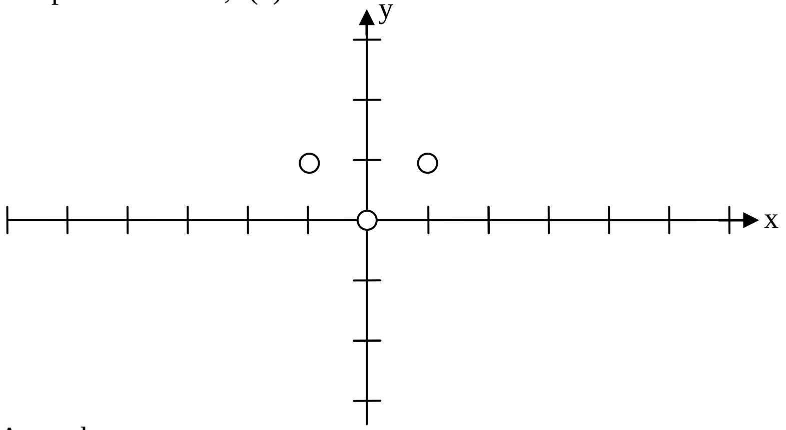
Graph zu $f: A \mapsto B$

$\{(x,y) \mid x \in A \text{ und } y = f(x)\}$

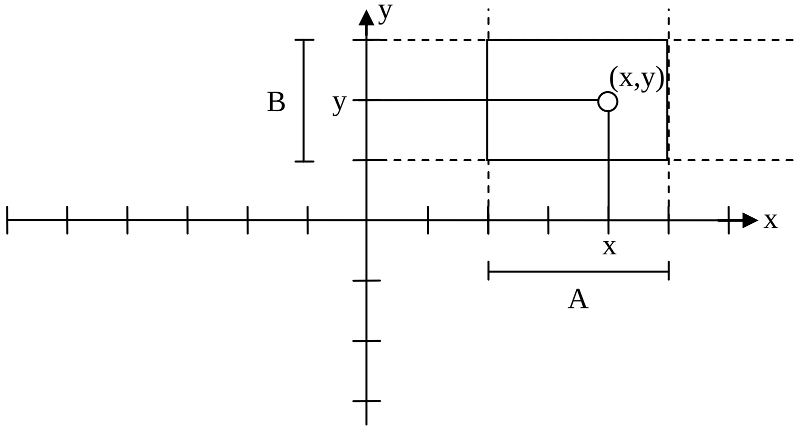
Beispiel: $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$



Beispiel: $f: \mathbb{Z} \mapsto \mathbb{Z}$, $f(x) = x^2$



Anmerkung:



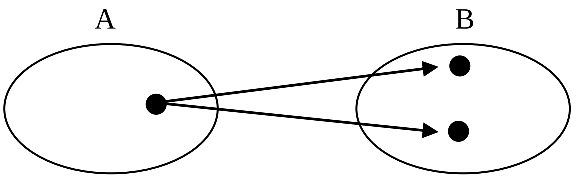
Graph $\subseteq A \times B$

Zu jedem x existiert <u>genau ein</u> y mit:

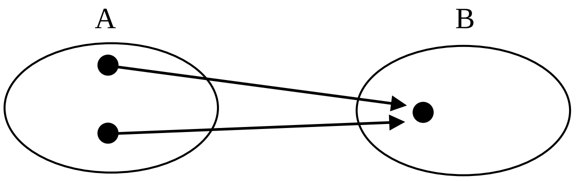
$(x,y) \in$ Graph

Definition f: A ↦ B heißt:

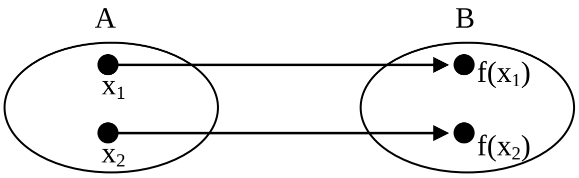
- Injektiv (eineindeutig, umkehrbar), wenn für alle x_1, $x_2 \in A$ gilt.
  - $[x1 \neq x2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)] \equiv [f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2]$
- Surjektiv, wenn W(f) = B
- Bijektiv, wenn f injektiv und surjektiv



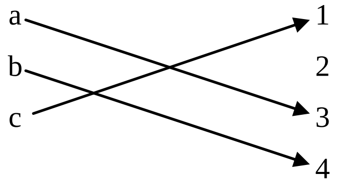
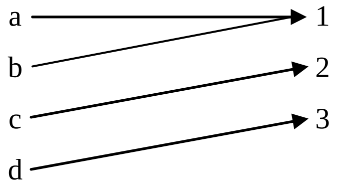
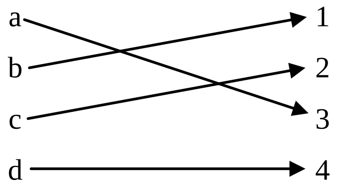
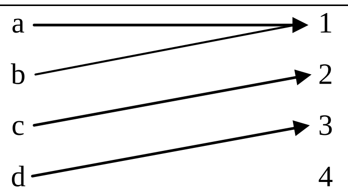
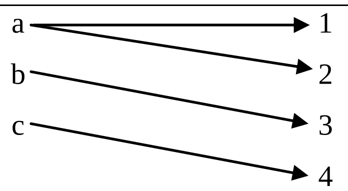
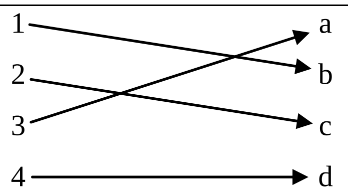
Keine Funktion (nicht eindeutig)



Funktion (eindeutig) aber nicht injektiv



Funktion und injektiv

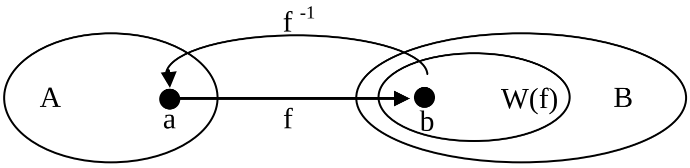
	Beispiel	injektiv	surjektiv	
		JA	NEIN	
		NEIN	JA	
		JA	JA	Bijektiv, Paarung
		NEIN	NEIN	
Umkehrfunktion		KEINE FUNKTION		
		JA	JA	

Satz: A, B <u>endliche</u> Mengen mit $|A| = |B|$, $f: A \mapsto B$

f injektiv <=> f surjektiv <=> f bijektiv

Definition Umkehrfunktion f^{-1} zu f

Sei $f: A \mapsto B$ injektiv.



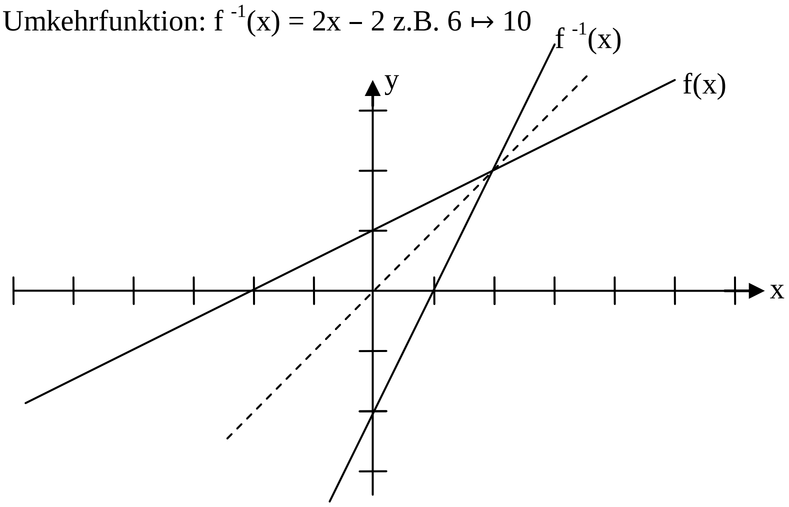
$f^{-1}: W(f) \rightarrow A$

$f^{-1}(b) = a \Leftrightarrow f(a) = b$

Beispiel: $y = 0{,}5x + 1$ z.B. $10 \mapsto 6$

$\Rightarrow y - 1 = 0{,}5x \Rightarrow 2y - 2 = x$

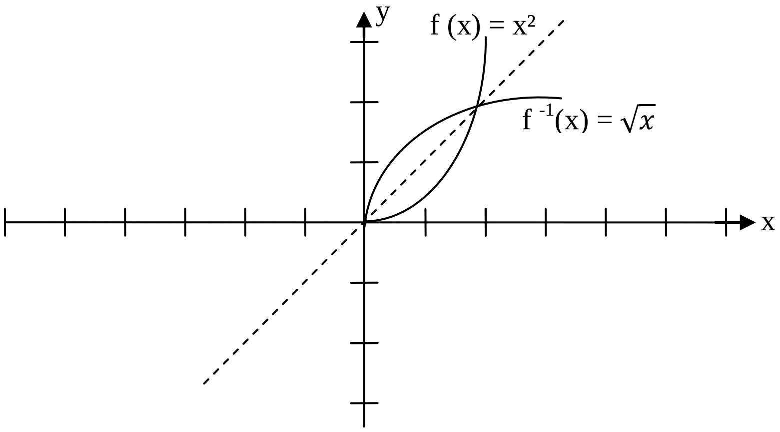
Umkehrfunktion: $f^{-1}(x) = 2x - 2$ z.B. $6 \mapsto 10$



Graphisch: Spiegelung an der Winkelhalbierenden $y = x$

Rechnerisch: $y = f(x)$ nach x auflösen; x und y vertauschen

Beispiel:



=> Skript!